

# Análisis de un Algoritmo de Reconciliación de Datos para Fundiciones de Cobre

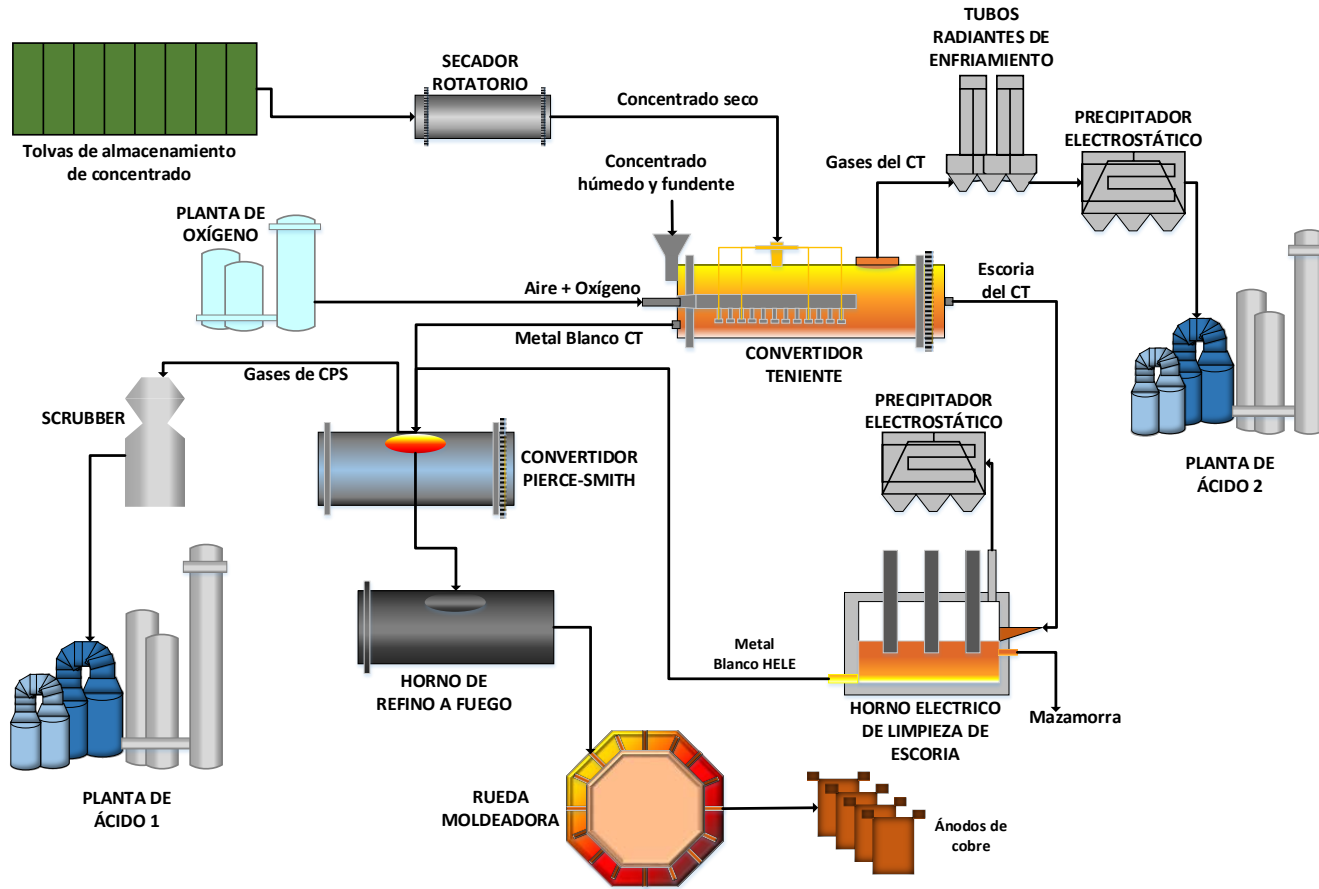
Daniel Navia, IQA – UTFSM

[daniel.navia@usm.cl](mailto:daniel.navia@usm.cl)

# Descripción del problema

- En las fundiciones de cobre, se recibe el concentrado desde distintos proveedores y mediante transformaciones físico-químicas, se transforma en ánodos de cobre

# Descripción del problema



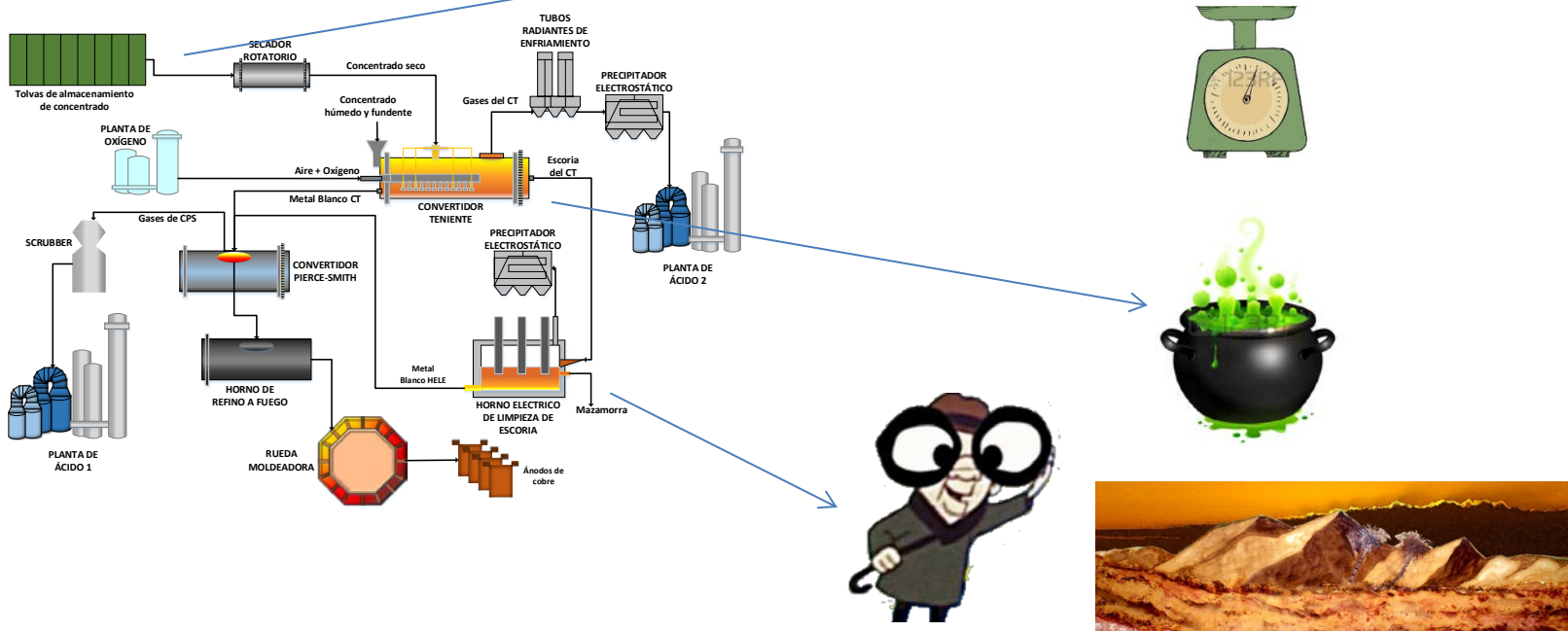
# Descripción del problema

- La fundición vende los ánodos y paga a proveedores (distintos tipos de concentrados y otras materias primas), al final del mes
- Además, se debe conocer la información mensual del funcionamiento de la planta, para poder tomar decisiones:
  - Operación
  - Emisiones (S y As) → Crítico para poder seguir operando (normativa medioambiental)

# Descripción del problema

- Esta información se obtiene a partir de datos medidos

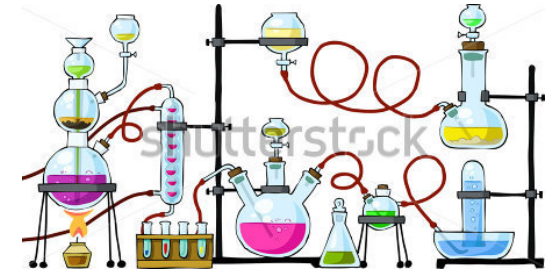
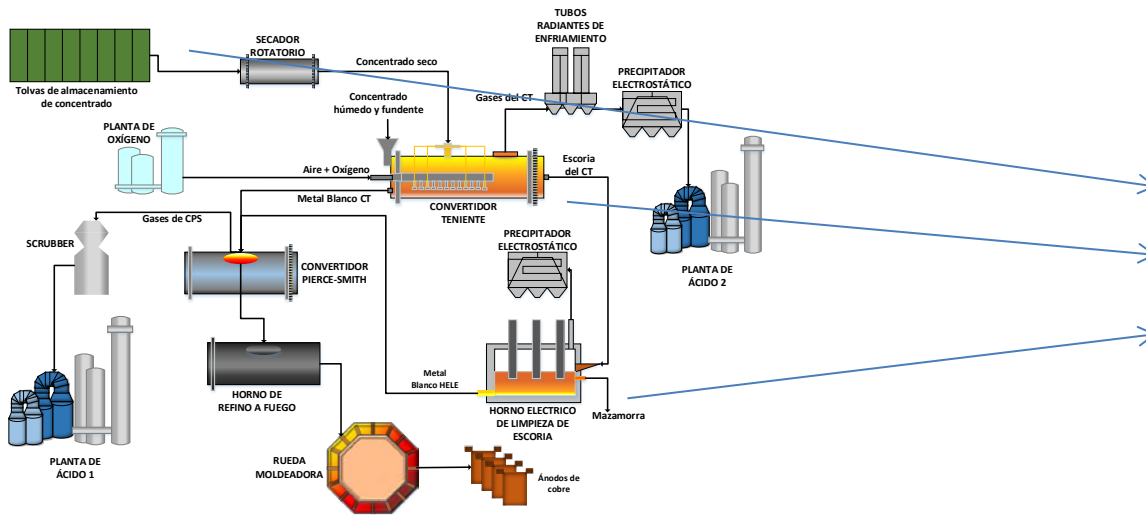
Peso de las corrientes



# Descripción del problema

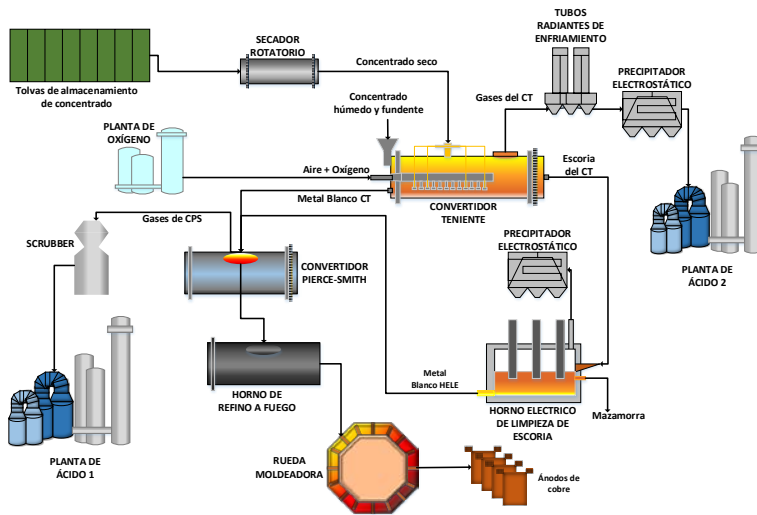
- Esta información se obtiene a partir de datos medidos

Concentración de las corrientes (leyes) – Cu, Au, Ag, S, As



# Descripción del problema

- Esta información se obtiene a partir de datos medidos  $\rightarrow$  medidas del proceso  $\rightarrow$  suma de errores aleatorios (teorema del límite central)



Hay que tomar decisiones (operacionales, ambientales y \$\$\$) con buenos datos  $\rightarrow$  **Limpiar los errores de medición!!!!**

# Solución Propuesta

- Para limpiar los errores de medición, hay que basarse en algo invariante → física (A. Lavoisier)

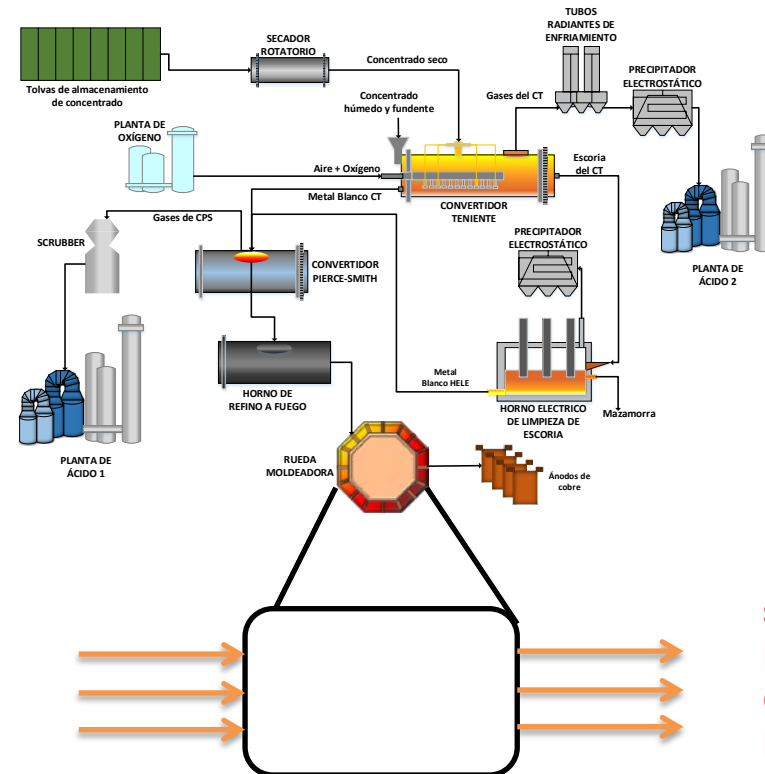
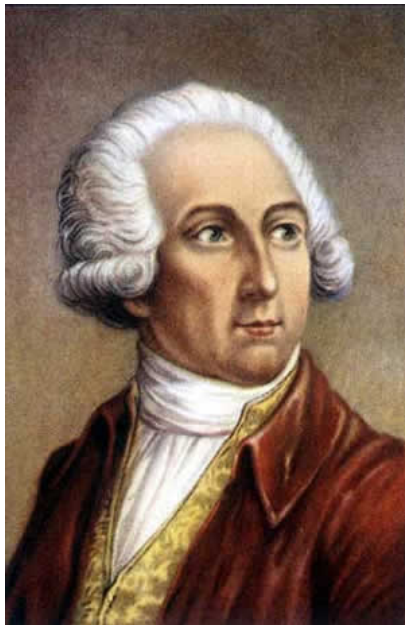


**Ley de conservación de la materia (1784-1785): La materia no se crea ni se destruye, sólo se transforma**



# Solución Propuesta

- Para limpiar los errores de medición, hay que basarse en algo invariante  $\rightarrow$  física (A. Lavoisier)



En cada unidad se debe cumplir la Ley de Conservación de la Materia

# Solución Propuesta

- Para cada unidad

Se midieron las corrientes mensuales de entrada  $\rightarrow F_{inj,l}^a$



Se midieron las corrientes mensuales de salida  $\rightarrow F_{outj,l}^a$

Al principio, había acumulado material  $\rightarrow I_{in,i,l}^a$

Al principio, había acumulado material  $\rightarrow I_{out,i,l}^a$

$$\sum_{j \in n_i} F_{inj,l}^a - \sum_{j \in m_i} F_{outj,l}^a + I_{in,i,l}^a - I_{out,i,l}^a = 0, \quad \forall i \in \text{Nodo}$$

# Solución Propuesta

- Para cada unidad



$$\sum_{j=1}^{N_F} a_{ij} F_{j,l}^a + \sum_{k_i=1}^{N_{I,in}} b_{ik_i}^I I_{in_{k_i,l}}^a - \sum_{k_o=1}^{N_{I,out}} b_{ik_o}^O I_{out_{k_o,l}}^a = 0,$$

$$\forall i = 1 \dots N_N$$

$$a_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{si el flujo } F_{j,l} \text{ sale del nodo } i \\ +1, & \text{si el flujo } F_{j,l} \text{ entra al nodo } i \\ 0, & \text{si el flujo } F_{j,l} \text{ no participa en el nodo } i \end{cases}$$

$$b_{ik_i}^I = \begin{cases} 1, & \text{si el inventario inicial } I_{in_{k_i,l}}^a \text{ corresponde al del nodo } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$b_{ik_o}^O = \begin{cases} 1, & \text{si el inventario final } I_{out_{k_o,l}}^a \text{ corresponde al del nodo } i \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Variables topológicas

# Solución Propuesta

- Se debe cumplir la ley de conservación, pero las variables ajustadas, deberían parecerse a las medidas

$$\min_{F_{j,l}^a, I_{in_{k_i,l}}^a, I_{out_{k_o,l}}^a} \left\{ \sum_{j=1}^{N_F} FC_{F,j} \frac{(F_{j,l}^a - F_{j,l}^m)^2}{(F_{j,l}^m)^2} + \sum_{k_i=1}^{N_{I,in}} FC_{I,in,k_i} \frac{(I_{in_{k_i,l}}^a - I_{in_{k_i,l}}^m)^2}{(I_{in_{k_i,l}}^m)^2} + \sum_{k_o=1}^{N_{I,out}} FC_{I,out,k_o} \frac{(I_{out_{k_o,l}}^a - I_{out_{k_o,l}}^m)^2}{(I_{out_{k_o,l}}^m)^2} \right\}$$

“Qué tanto le creo a la variable medida”

s. t.:

$$\sum_{j=1}^{N_F} a_{ij} F_{j,l}^a + \sum_{k_i=1}^{N_{I,in}} b_{ik_i}^I I_{in_{k_i,l}}^a - \sum_{k_o=1}^{N_{I,out}} b_{ik_o}^O I_{out_{k_o,l}}^a = 0, \quad \forall i = 1 \dots N_N$$

# Solución Propuesta

- Enfoque matricial

$$\min_{F_l^a, I_{in,l}^a, I_{out,l}^a} \left\{ \begin{array}{l} [F_l^m - F_l^a]^T F P_{F,l} [F_l^m - F_l^a] + \\ [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a]^T F P_{I,in,l} [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a] + \\ [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a]^T F P_{I,out,l} [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a] \end{array} \right\}$$

s. t. :

$$A_l F_l^a + B_l^I I_{in,l}^m - B_l^O I_{out,l}^m = \mathbf{0}$$

$F_l^a = [F_{1,l}^a, \dots, F_{N_F,l}^a]^T$  : vector de flujos ajustados del componente  $l$

$F_l^m = [F_{1,l}^m, \dots, F_{N_F,l}^m]^T$  : vector de flujos medidos del componente  $l$

$I_{in,l}^a = [I_{in,1,l}^a, \dots, I_{in_{N_I,in,l}}^a]^T$  : vector de inventarios iniciales ajustados del componente  $l$

$I_{in,l}^m = [I_{in,1,l}^m, \dots, I_{in_{N_I,in,l}}^m]^T$  : vector de inventarios iniciales medidos del componente  $l$

$I_{out,l}^a = [I_{out,1,l}^a, \dots, I_{out_{N_I,out,l}}^a]^T$  : vector de inventarios finales ajustados del componente  $l$

$I_{out,l}^m = [I_{out,1,l}^m, \dots, I_{out_{N_I,out,l}}^m]^T$  : vector de inventarios finales medidos del componente  $l$

# Solución Propuesta

- Enfoque matricial

$$\min_{F_l^a, I_{in,l}^a, I_{out,l}^a} \left\{ \begin{array}{l} [F_l^m - F_l^a]^T F P_{F,l} [F_l^m - F_l^a] + \\ [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a]^T F P_{I,in,l} [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a] + \\ [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a]^T F P_{I,out,l} [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a] \end{array} \right\}$$

s. t. :

$$A_l F_l^a + B_l^I I_{in,l}^m - B_l^O I_{out,l}^m = \mathbf{0}$$

$A_l$ : matriz de incidencia de flujos en nodos.  $A_l = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N_F} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_I 1} & \cdots & a_{N_I N_F} \end{bmatrix}$

$B_l^I$ : matriz de incidencia de inventarios iniciales en nodos  $B_l^I = \begin{bmatrix} b_{11}^I & \cdots & b_{1N_I, in}^I \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N_N 1}^I & \cdots & b_{N_N N_I, in}^I \end{bmatrix}$

# Solución Propuesta

- Enfoque matricial

$$\min_{F_l^a, I_{in,l}^a, I_{out,l}^a} \left\{ \begin{array}{l} [F_l^m - F_l^a]^T F P_{F,l} [F_l^m - F_l^a] + \\ [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a]^T F P_{I,in,l} [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a] + \\ [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a]^T F P_{I,out,l} [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a] \end{array} \right\}$$

s. t.:

$$A_l F_l^a + B_l^I I_{in,l}^m - B_l^O I_{out,l}^m = \mathbf{0}$$

$B_l^O$ : matriz de incidencia de inventarios finales en nodos.  $B_l^O = \begin{bmatrix} b_{11}^O & \cdots & b_{1N_{I,out}}^O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N_{N1}}^O & \cdots & b_{N_{N}N_{I,out}}^O \end{bmatrix}$

# Solución Propuesta

- Enfoque matricial

$$\min_{F_l^a, I_{in,l}^a, I_{out,l}^a} \left\{ \begin{array}{l} [F_l^m - F_l^a]^T FP_{F,l} [F_l^m - F_l^a] + \\ [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a]^T FP_{I,in,l} [I_{in,l}^m - I_{in,l}^a] + \\ [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a]^T FP_{I,out,l} [I_{out,l}^m - I_{out,l}^a] \end{array} \right\}$$

s. t.:

$$A_l F_l^a + B_l^I I_{in,l}^m - B_l^O I_{out,l}^m = 0$$

$FP_{F,l}$ : matriz de factores de ponderación de Flujos, en cuya diagonal se encuentran los factores de ponderación de los flujos  $j$ :

$$FP_F = \begin{bmatrix} \frac{FC_{F,1}}{F_{1,l}^m} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{FC_{F,N_F}}{F_{N_F,l}^m} \end{bmatrix}$$



# Solución Propuesta

- Problema convexo  $\rightarrow$  NCO
- Solución:  $x_l = N_l M_l^{-1}$

$$M_l = \begin{bmatrix} 2FP_{F,l} & 0 & 0 & A_l^T \\ 0 & FP_{I,in,l} & 0 & B_l^{IT} \\ 0 & 0 & FP_{I,out,l} & -B_l^{0T} \\ A_l & B_l^I & -B_l^O & 0 \end{bmatrix}, \quad x_l = \begin{bmatrix} F_l^a \\ I_{in,l}^a \\ I_{out,l}^a \\ \lambda \end{bmatrix}$$

$$N_l = \begin{bmatrix} 2FP_{F,l} F_l^m \\ 2FP_{I,in,l} I_{in,l}^m \\ 2FP_{I,out,l} I_{out,l}^m \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Problema:

- Matriz  $M_l$

Relaciones topológicas

→ -1, 0 ó 1

Factores

de calidad

→ ¿?

$$M_l = \begin{bmatrix} 2FP_{F,l} & 0 & 0 & A_l^T \\ 0 & FP_{I,in,l} & 0 & B_l^{I^T} \\ 0 & 0 & FP_{I,out,l} & -B_l^{O^T} \\ A_l & B_l^I & -B_l^O & 0 \end{bmatrix}$$

# Problema:

- Matriz  $M_l$

Factores  
de calidad

$$M_l = \begin{bmatrix} 2FP_{F,l} & 0 & 0 & A_l^T \\ 0 & FP_{I,in,l} & 0 & B_l^{IT} \\ 0 & 0 & FP_{I,out,l} & -B_l^{OT} \\ A_l & B_l^I & -B_l^O & 0 \end{bmatrix}$$

Error [%]	$10.000/E_l^2$
0,01	100.000.000
0,1	1.000.000
0,5	40.000
1,0	10.000
2,5	1.600
5,0	400
10	100
20	25
35	8
50	4
75	2
100	1

# Problema:

- Matriz  $M_l \rightarrow$  MAL CONDICIONADA

Relaciones topológicas

$\rightarrow -1, 0 \text{ ó } 1$

Factores de  
calidad  $\rightarrow 1e8, 1e0$

$$M_l = \begin{bmatrix} 2FP_{F,l} & 0 & 0 & A_l^T \\ 0 & FP_{I,in,l} & 0 & B_l^{I^T} \\ 0 & 0 & FP_{I,out,l} & -B_l^{0^T} \\ A_l & B_l^I & -B_l^0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Desafío:

- Estudiar la reformulación del modelo, o un post procesamiento de datos, que mejore el mal condicionamiento de la matriz
- Analizar la asignación de los valores de los factores de calidad

# Análisis de un Algoritmo de Reconciliación de Datos para Fundiciones de Cobre

Daniel Navia, IQA – UTFSM

[daniel.navia@usm.cl](mailto:daniel.navia@usm.cl)